

Задания для 9, 10, 11 классов

Условие задачи 1. Степень (10 баллов)

Для того чтобы проверить, как ее ученики умеют считать, Мария Ивановна каждый год задает им на дом одну и ту же задачу – «Для заданного натурального A найти минимальное натуральное N такое, что N в степени N (N , умноженное на себя N раз) делится на A ».

Из года в год и от ученика к ученику меняется только число A .

Вы решили помочь будущим поколениям. Для этого вам необходимо написать программу, решающую эту задачу

Формат входных данных.

Во входном файле содержится единственное число A ($1 \leq A \leq 10^9$).

Формат выходных данных.

В выходной файл вывести единственное число N .

Примеры.

input.txt	output.txt
8	4
13	13

Имя входного файла - input.txt

Имя выходного файла - output.txt

Максимальное время работы на одном тесте – 2 сек.

Максимальное время работы на одном тесте – 2 сек.

Максимальный объем используемой памяти 32 мегабайта

Решение задачи 1.

В задаче 1 использовать разложения числа A на простые сомножители.

Условие задачи 2. Целые точки (20 баллов)

Равнобедренный треугольник задан на плоскости основанием и высотой, опущенной на основание; a – длина основания, h – высота (a, h – целые числа).

Требуется подсчитать количество точек с целочисленными координатами, лежащих внутри этого треугольника (но не на его границе).

Формат входных данных.

В первой строке содержатся числа a ($1 \leq a \leq 10^9$), h ($1 \leq h \leq 10^9$).

Формат выходных данных.

В выходной файл вывести одно число - искомое число точек.

Примеры.

input.txt	output.txt
8 4	9

Решение задачи 2.

В задаче 2 использовать представление треугольника в виде системы из трех неравенств.

Условие задачи 3. Забавная игра (20 баллов)

Легендарный учитель математики Юрий Петрович придумал забавную игру с числами. А именно, взяв произвольное целое число, он переводит его в двоичную систему счисления, получая некоторую последовательность из нулей и единиц, начинающуюся с единицы.

(Например, десятичное число $19_{10} = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ в двоичной системе запишется как 100112).

Затем учитель начинает сдвигать цифры полученного двоичного числа по циклу (так, что последняя цифра становится первой, а все остальные сдвигаются на одну позицию вправо), выписывая образующиеся при этом последовательности из нулей и единиц в столбик. Он подметил, что независимо от выбора исходного числа получающиеся последовательности начинают с некоторого момента повторяться. И наконец, Юрий Петрович отыскивает максимальное из выписанных чисел и переводит его обратно в десятичную систему счисления, считая это число результатом проделанных манипуляций. Так, для числа 19 список последовательностей будет таким: 10011 11001 11100 01110 00111 10011 ... и результатом игры, следовательно, окажется число $1 \cdot 24 + 1 \cdot 23 + 1 \cdot 22 + 0 \cdot 21 + 0 \cdot 20 = 28$. Поскольку придуманная игра с числами все больше занимает воображение учителя, отвлекая тем самым его от работы с не очень одаренными школьниками, Вас просят написать программу, которая бы помогла Юрию Петровичу получать результат игры без утомительных вычислений вручную.

Формат входных данных. Входной файл содержит одно целое число N ($0 \leq N \leq 32767$).

Формат выходных данных.

Ваша программа должна вывести в выходной файл одно целое число, равное результату игры.

Пример.

input.txt	output.txt
19	28

Решение задачи 3.

В задаче 3 следует найти в двоичной записи числа наибольшее число подряд идущих единиц; далее их «вывести» в начало числа. Если таких диапазонов несколько, то повторить поиск правее от этих диапазонов.

Условие задачи 4. Клад (20 баллов)

Найти закопанный пиратами клад просто: все, что для этого нужно, это карта. Как известно, пираты обычно рисуют карты от руки и описывают алгоритм нахождения клада так: «Встаньте около одинокой пальмы. Пройдите тридцать шагов в сторону леса, потом семнадцать шагов в сторону озера,... наконец десять шагов в сторону большого булыжника. Клад находится под ним». Большая часть таких указаний просто сводится к прохождению какого-то количества шагов в одном из восьми направлений: 1 - север, 2 - северо-восток, 3 - восток, 4 - юго-восток, 5 - юг, 6 - юго-запад, 7 - запад, 8 - северо-запад (см. рис.1). Длина шага в любом направлении равна 1.

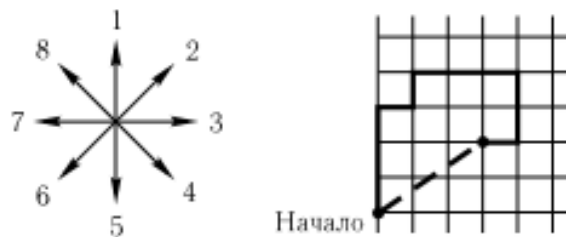


Рис.1.

Путешествие по такому пути обычно является прекрасным способом посмотреть окрестности, однако в наше время постоянной спешки ни у кого нет времени на это. Поэтому кладоискатели хотят идти напрямую в точку, где зарыт клад. Например, вместо того чтобы проходить три шага на север, один шаг на восток, один шаг на север, три шага на восток, два шага на юг и один шаг на запад, можно пройти напрямую примерно 3,6 шага (см. рис. 1). Вам необходимо написать программу, которая по указаниям пиратов определяет точку, где зарыт клад.

Формат входных данных. Первая строка входного файла содержит число N - число указаний ($1 \leq N \leq 40$). Последующие N строк содержат сами указания - номер направления (целое число от 1 до 8) и количество шагов (целое число от 1 до 1000). Числа разделены пробелами.

Формат выходных данных. В выходной файл выведите координаты X и Y точки (два вещественных числа, разделенные пробелом), где зарыт клад,

считая, что ось Ox направлена на восток, а ось Oy — на север. Изначально кладоискатель должен находиться в начале координат. Результат необходимо вывести с погрешностью не более 10^{-3} .

Примеры.

input.txt	output.txt
6	3.000
1 3	2.000
3 1	
1 1	
3 3	
5 2	
7 1	

Решение задачи 4.

В задаче 4 следует определить правила пересчета координат движения кладоискателя для каждого из 8 направлений, и последовательно преобразовать их вплоть до клада.

Условие задачи 5. Распределение планов (30 баллов)

В поселке функционируют три средние школы №1, №2 и №3. Администрация поселка выделила по k дачных участков для каждой школы. Участки расположены в ряд вдоль автотрассы и нумерованы от 1 до n ($n = 3k$). Учителя школы №1 уже выбрали себе участки, теперь предстоит распределить участки между учителями школы №2 таким образом, чтобы выбранные k участков имели наименьшую протяженность. (Выбирать участки подряд мешает выбор, сделанный учителями школы №1)

Мерой протяженности для выбранных участков является число участков, находящихся между крайними участками (из выбранных участков). Например, если выбраны пять участков с номерами 3, 4, 8, 12, 14, то протяженность этих участков равна $14 - 3 - 1 = 10$.

Требуется написать программу, которая сделала бы правильный выбор участков для учителей школы №2.

Входные данные: Входной файл состоит двух строк; в первой строке - одно натуральное число: k – число участков, выделенных для каждой школы; $1 \leq k \leq 999999$. Во второй строке - номера участков, выделенных для учителей школы №1.

Выходные данные: Выходной файл содержит одну строку из k натуральных чисел – номеров участков для учителей школы №2. Если задача имеет несколько решений, то выбрать лексикографически наименьший вектор (из номеров участков для учителей школы №2)

input.txt	output.txt
6 1 4 7 12 15 17	8 9 10 11 13 14
2 1 4	2 3

Решение задачи 5.

В задаче 5 можно воспользоваться алгоритмом перебора всевозможных k сочетаний из $3k$ элементов – перебор бинарных векторов с k единицами; при перемещении единиц игнорировать «запрещенные» элементы рассматриваемого вектора.

Комментарии к тесту 1.

$K = 6$;

Вектор $A = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$

Ответ: 8, 9, 10, 11, 13, 14

Комментарии к тесту 2.

$K = 2$;

Вектор $A = (1, 0, 0, 1, 0, 0)$

Ответ: 2, 3